Klasse 9a Name:___________________ 27.04.21

Mathearbeit

Quadratische Gleichungen

Aufgabe 1:

Ermittle mithilfe der PQ-Formel, wie viele Lösungen die Gleichung hat.

a) $x^2 - 4x + 4 = 0$ b) $3x^2 + 21x = 24$

Aufgabe 2:

Löse die Gleichung durch Wurzelziehen oder Ausklammern und begründe deine Wahl. (kurz und knapp)

a) $x^2 - 121 = 0$ b) $0{,}21x - 3x^2 = 0$ c) $5{,}5x = -1{,}1x^2$

Aufgabe 3:

Überprüfe, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründe deine Entscheidung.

Aussage	Urteil	Begründung
Sofern alle Werte in der Gleichung über 1 sind, kann diese auch 3 Lösungen haben.		
Alle quadratischen Gleichungen können grafisch gelöst werden.		

Aufgabe 4:

Löse die Gleichung zeichnerisch mithilfe einer Wertetabelle. Zeichne dazu ein Koordinatensystem in dein Heft, wo du die Parabel einträgst und überprüfe rechnerisch, ob die abgelesene/n Lösung/en richtig sind/ist. (1cm=2 Einheiten)

a) $-11x^2 + 66x - 88 = 0$

Klasse 9a   Name:____________________   27.04.21

Aufgabe 5:

Gib jeweils eine quadratische Gleichung mit der vorgegebenen Eigenschaft an.

a) Die Gleichung hat die Lösungen -2 und 2.
b) Die Gleichung hat keine Lösungen.
c) Die Gleichung hat die Lösungen -1 und -3.

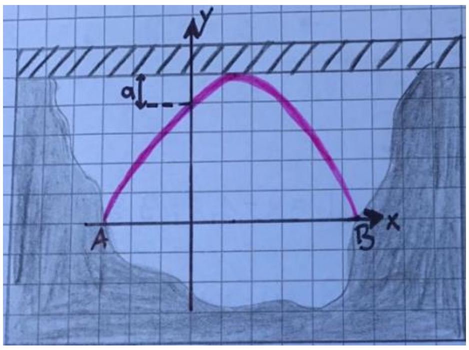
Aufgabe 6:

Christin passt auf die Nachbarskinder auf. Als sie beim Fußballspielen einen Einwurf macht, wird die Flugbahn des Balles annähernd mit folgender Funktion beschrieben: $y = -0{,}125x^2 + x + 2{,}2$ (Angaben in Meter)

a) Wie weit fliegt der Ball, bis er auf dem Boden aufprallt?
b) In welcher Höhe wirft Christin den Ball ab?

Aufgabe 7:

Der Bogen einer Brücke kann annähernd durch die Funktionsgleichung $y = -0{,}05\,(x - 10)^2 + 20$ beschrieben werden. (Angaben in Meter)



a) Wie lang ist der Abstand zwischen Punkt A und Punkt B?

BONUS:

b) Wie lang ist die Strecke a?

Quellen:

-OneNote: Kursnotizbuch

-https://de.serlo.org/mathe/26259/aufgaben-zu-quadratischen-gleichungen

-Vergleiche: https://mathe.aufgabenfuchs.de/gleichung/quadratischeGleichung

Lösungen:

Aufgabe 1: 4 Punkte

a) $x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow p = -4 \,;\, q = 4$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$
$$= -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 4}$$
$$= 2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4}$$
$$= 2 \pm \sqrt{4 - 4}$$
$$= 2 \pm \sqrt{0}$$
$$= 2 \pm 0$$
$$= 2 \qquad \mathbb{L} = \{2\}$$

b) $3x^2 + 21x = 24 \quad | -24$

$3x^2 + 21x - 24 = 0 \quad | :3$

$x^2 + 7x - 8 = 0 \rightarrow p = 7 \quad q = -8$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$
$$= -\frac{7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - (-8)}$$
$$= -3{,}5 \pm \sqrt{3{,}5^2 + 8}$$
$$= -3{,}5 \pm \sqrt{12{,}25 + 8}$$
$$= -3{,}5 \pm \sqrt{20{,}25}$$
$$= -3{,}5 \pm 4{,}5 \qquad \mathbb{L} = \{-8 \,;\, 1\}$$

Aufgabe 2: 6 Punkte

a) $x^2 - 121 = 0 \quad | +121$

$x^2 = 121 \quad | \sqrt{}$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{121} \qquad \mathbb{L} = \{-11 \,;\, 11\}$

<u>Mögliche Begründung:</u> Wurzel ziehen, weil zusätzlich zum x^2 kein weiteres x vorhanden ist.

b) $0{,}21x - 3x^2 = 0$ | ausklammern

$x \cdot (3x - 0{,}21)$

$x_1 = 0$ $\qquad$ $3x - 0{,}21 = 0 \quad | +0{,}21$

$3x = 0{,}21 \quad | :3$

$x_2 = 0{,}07$

$\mathbb{L} = \{0 ; 0{,}07\}$

Mögliche Begründung: Ausklammern, weil zusätzlich zum x^2 noch ein x vorhanden ist.

c) $5{,}5x = -1{,}1x^2 \quad | +1{,}1x^2$

$5{,}5x + 1{,}1x^2 = 0$ | ausklammern

$x \cdot (5{,}5 + 1{,}1x) = 0$

$x_1 = 0$ $\qquad$ $5{,}5 + 1{,}1x = 0 \quad | -5{,}5$

$1{,}1x = -5{,}5 \quad | :1{,}1$

$x_2 = -5$

$\mathbb{L} = \{-5 ; 0\}$

Mögliche Begründung: siehe Aufgabe 2 b)

Lösungen

Aufgabe 3: 8 Punkte

① Aussage:
Sofern alle Werte in der Gleichung über 1 sind, kann diese (die Gleichung) auch 3 Lösungen haben

Urteil:
Falsch

Begründung:
Eine Gleichung kann höchstens zwei oder eine Lösung haben. Ist die Zahl unter der Wurzel (der Radik. ...d) positiv, hat die Gleichung zwei Lösungen. Bei einem negativen Radikand gibt es keine Lösungen und genau eine Lösung kommt heraus, wenn der Radikand null ist. Es gibt keine Option, bei der es möglich ist, 3 Lösungen herauszubekommen.

② Aussage:
Alle quadratischen Gleichungen können graphisch gelöst werden.

Urteil:
Wahr

Begründung:
Zum grafischen Lösen muss man aus dem quadratischen Term der Gleichung eine quadratische Funktion bilden. Außerdem muss aus dem linearen Teil eine lineare Funktion werden und dieser Vorgang ist bei jeder (normalen) Gleichung möglich.

Klasse 9a Name:____________________ 27.04.21

Aufgabe 4: 7 Punkte

a) $-11x^2+66x-88=0 \quad |+11x^2$

$66x-88=11x^2 \quad |:11$

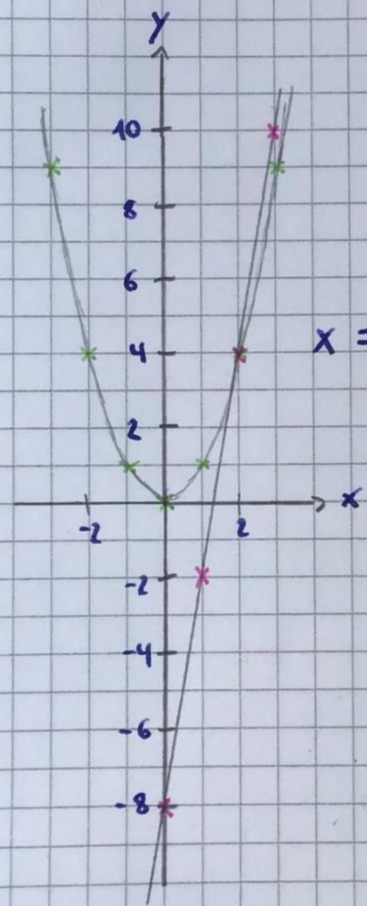
$6x-8=x^2$

x^2

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

$6x-8$

x	1	2	3	0	-1
y	-2	4	10	-8	-14



$x=2$

<u>Probe</u>: $x^2=6x-8$

$2^2=6\cdot 2-8$

$4=4$ ✓

$\mathbb{L}=\{2\}$

Aufgabe 5: 12 Punkte

a) Die Gleichung hat die Lösungen -2 und 2.

Lösung: $0 = x^2 - 4$ $x_1 = -2$ $x_2 = 2$

Rechenweg:

- Binomische Formel muss angewandt werden

↳ 3. Bin. Formel

$(x+2)(x-2)$

$= x^2 - 2^2$

$= x^2 - 4 \xrightarrow{\text{Lösung:}} 0 = x^2 - 4$

b) Die Gleichung hat keine Lösungen.

Lösung: $x^2 = -3 \rightarrow$ die Zahl ist egal, wichtig ist, dass die Zahl negativ ist

↳ Alle Gleichungen, auf deren einer Seite x^2 steht und auf deren anderer Seite eine negative Zahl steht.

c) Die Gleichung hat die Lösungen -1 und -3.

$x_1 = -1$ $x_2 = -3$

Faktorschreibweise (→ Terme werden auf gemeinsamen Faktor untersucht → ausklammern)

$(x+1) \cdot (x+3) = 0$

Ausmultiplizieren:

$x^2 + 3x + x + 3 = 0$

$x^2 + 4x + 3 = 0$

Aufgabe 6: 10 Punkte

a) R.: $-0{,}125x^2 + x + 2{,}2 = 0 \quad |:(-0{,}125)$

$x^2 - 8x - 17{,}6 = 0 \rightarrow p = -8 \quad q = -17{,}6$

$x_{1/2} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8}{2}\right)^2 - (-17{,}6)}$

$= 4 \pm \sqrt{(-4)^2 + 17{,}6}$

$= 4 \pm \sqrt{33{,}6}$ $\mathbb{L} = \{-1{,}8; 9{,}8\}$

A.: Der Ball fliegt 9,8 m weit.

b) R.: $y = -0{,}125x^2 + x + 2{,}2$

$y = -0{,}125 \cdot 0^2 + 0 + 2{,}2$

$y = 2{,}2$

A.: Christin wirft den Ball auf einer Höhe von 2,2 m ab.

Lösung

Aufgabe 7:

a) $y = -0{,}05 \cdot (x-10)^2 + 20$

$(x-10)^2 = x^2 - 2\cdot x\cdot 10 + 10^2$

$-0{,}05 \cdot x^2$

$-0{,}05 \cdot (-2\cdot x\cdot 10) = 1x$

$-0{,}05 \cdot 10^2 = -5$

10 Punkte

$0 = -0{,}05x^2 + x - 5 + 20 \quad |:(-0{,}05)$

$0 = x^2 - 20x - 300$

$p = -20 \quad q = -300$

$x_{1/2} = -\frac{-20}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-20}{2}\right)^2 + 300}$

$= 10 \pm \sqrt{100 + 300}$

$= 10 \pm \sqrt{400}$

$x_1 = \underbrace{10 + \sqrt{400}}_{30}, \quad x_2 = \underbrace{10 - \sqrt{400}}_{-10}$

a) Der Abstand zwischen Punkt A (30) und Punkt B (-10) beträgt 40m.

Bonusaufgabe: 5 Punkte

b) $0 = -0{,}05 \cdot 0^2 + 0 - 5 + 20$

$= 15$ ← Abstand zwischen 15 und 20? → 5

y-Wert = 20

Die Strecke A ist 5m lang.

(Puh, was haben wir uns da nur angetan)

Darstellung: insg. 5 Pkt

Insgesamt: 62 Pkt

+ Bonus: 67 Pkt

Klasse 9a Name:____________________ 27.04.21

Unsere Begründungen:

Anna:

BEGRÜNDUNG

Zuerst wollten wir die Grundlagen prüfen. Deswegen soll man in Aufgabe 1 die PQ-Formel anwenden. 1 a) ist erstmal ein bisschen leichter, damit man nicht gleich am Anfang der Arbeit verzweifelt. 1 b) haben wir so gewählt, da man zuerst die Formel umstellen muss, bevor man die PQ-Formel anwenden kann. Es ist also eine kleine Steigerung zu 1 a). Bei Aufgabe 2 soll man Wurzel ziehen oder Ausklammern. Da man auch begründen soll ist dies Aufgabe 2. 2 a) wollten wir noch einfach(er), aber nicht zu einfach machen. 2 b) haben wir gewählt, da man sich dort zusätzlich gut mit den Dezimalzahlen auskennen sollte. 2 c) muss man wie in Aufgabe 1 zuerst einmal umstellen, was das ganze ein bisschen schwieriger macht. Generell sind das zwei kleine Aufgaben, damit man genug Zeit für die anderen Aufgaben hat. Aufgabe 3 ist schon etwas schwerer, jedoch noch nicht allzu schwer. Deswegen ist diese Aufgabe an dieser Stelle. Bei Aufgabe 4 haben wir nur a), weil es ziemlich aufwendig ist das ganze zu zeichnen. Wir finden es gar nicht mal so leicht, weil man zuerst richtig umstellen, dann richtig rechnen und dann sauber zeichnen muss. Die 2 Seite

Klasse 9a Name:____________________ 27.04.21

wird auf jeden Fall schwerer. Aufgabe 5 ist so ähnlich wie eine Aufgabe beim Check-Out. Da alle sie am Anfang sehr schwer fanden, aber dann gesagt haben, dass sie sie schließlich doch kapiert haben, wollten wir dies mit einer ähnlichen Aufgabe überprüfn. Aufgabe 6 ist die 1. Textaufgabe. Diese Aufgabe haben wir gewählt, weil man nur einmal kurz um die Ecke denken muss und dann eigentlich keine Probleme mehr haben sollte. Die letzte Aufgabe ist die schwierigste und man muss sich ziemlich gut auskennen. Dies kann etwas länger dauern, weswegen wie 7 b) als Bonusaufgabe gemacht haben.

Die Begründung ist etwas zu lang.

Klasse 9a Name:___________________ 27.04.21

Emilia:

matheArbeit

SELBER GESTALTEN & UMSETZEN

Warum gerade diese Aufgaben? Macht die Struktur Sinn?

aufgabe 1+2

Diese Aufgaben finde ich trotz des eher niedrigen Schwierigkeitsgerades sehr wichtig, da sie den „Grundstein" für die Arbeit legen. Sie helfen den Schülern, sich erst einmal wieder in das Thema reinzudenken und sich an Kleinigkeiten zu erinnern (z.B dass eine Gleichung auch nur eine oder keine Lösung hat, welche Wege es gibt, eine Gleichung zu lösen etc.). Aufgabe 2 enthält außerdem die Aufforderung, begründen zu können, wieso man Wurzelziehen oder Ausklammern benutzen muss, was den Schülern die Unterschiede noch einmal vor Augen führt.

aufgabe 3

Aufgaben wie diese sind eine perfekte Möglichkeit, das Gelernte nochmal zu reflektieren und sich durch die Aussagen auf spezifische Dinge zu fokussieren. Es ist gefordert, verschiedene Szenarien (mathematisch) im Kopf durchzudenken und zu schauen, ob die Aussagen mit dem übereinstimmen, was die Schüler bereits gelernt haben. Die Schwierigkeit ist, die Aussagen wirklich zu verstehen, mit ihren Auswirkungen und einer Begründung, warum es entweder übereinstimmt mit der Wahrheit und Logik oder eben nicht. Die Begründung ist bei dem Aufgabentyp also das Wichtigste, da sie den Gedankengang des Schülers „repräsentieren" und man so überprüfen kann, ob derjenige richtig, kompliziert, einfach, logisch oder unlogisch denkt.

Aufgabe 4:

Meiner Meinung nach ist es ein außerordentlich wichtiger Bestandteil in einer Arbeit (vor allem bei solchen Themen) nicht nur rechnerische, sondern auch zeichnerische ~~Lösung~~ Lösungswege angeben zu können. In diesem Falle ist von großer Bedeutung, zu wissen, wie man bei solchen Aufgaben zur Lösung kommt und welche Elemente in der Funktionsgleichung welche Rollen spielen. Da die Aussagen aus der vorherigen Aufgabe relativ einfach zu lösen sind, haben wir uns entschieden, diese Aufgabe als schwieriger einzuordnen.

Klasse 9a Name:____________________ 27.04.21

aufgabe 5:

Die Aufgabe 5 ist eine sehr gute Anwendungsaufgabe, da der Spieß sozusagen umgedreht wird und die Schüler einen Weg herausfinden, das Ganze rückwärts zu rechnen sowie andere Methoden ausprobieren und so einen logischen Rechenweg zu am Ende herauszubekommen. Jede der Aufgaben kann verschieden gelöst werden, deshalb ist die Aufgabe zusätzlich noch sehr vielfältig und unterscheidet sich von den anderen Aufgaben. Dadurch ist sie natürlich andererseits auch etwas schwieriger als die vorherigen Aufgaben, jedoch ist das ja auch der Sinn dahinter:)

aufgabe 6:

unsere erste Textaufgabe haben wir gewählt, weil sie sehr gut zu verstehen ist und die Schüler beim Lösen dieser Aufgabe lediglich zu dem Gelernten zurückgreifen sowie ein wenig weiterdenken müssen. Deshalb gibt es ihnen mehr Motivation, nicht sofort zu verzweifeln, sondern ihr Wissen anzuwenden und auch bei Textaufgaben einen kühlen Kopf zu bewahren- Mathe ist schließlich nicht zwingend kompliziert;)

aufgabe 7:

Diese Textaufgabe ist im Gegensatz zu Aufgabe 6 viel anspruchsvoller. Sie enthält einen hohen Schwierigkeitsgrad, da gefordert wird, um die Ecke zu denken sowie weiterzudenken. Wichtig ist, strukturiert vorzugehen und einen klaren Rechenweg aufzuschreiben, da man sonst schnell den Faden verlieren könnte. Die Aufgabe zeigt auch, ob der Schüler/die Schülerin sich wirklich damit beschäftigt und versucht, eine sinnvolle Methode zu finden, um die Aufgaben zu lösen. (Die Motivation sollte ja jetzt wegen der vorherigen Aufgabe ganz oben sein;)) Sie lässt die Schüler außerdem ein wenig knobeln und fragt Inhalte aus dem ersten Halbjahr ab, die nicht jeder sich vielleicht gemerkt hat.