Klassenarbeit zu Quadratischen Gleichungen
von Melina Seyfert

Name:____________________________ Datum:__________________ Klasse:________

HINWEIS: Nutze einen Taschenrechner ab Aufgabe 3 und gib alle Zahlen bis auf 2 Nachkommastellen an! Gib außerdem **immer** die Lösungmenge an.

Aufgabe 1:

Zeichne die passenden Graphen zu folgenden Termen in ein gemeinsames Koordinatensystem. (1 Einheit = 1 cm)

a) $3x^2+1=f(x)$ b) $g(x)=x^2-0{,}5x-3$ c) $k(x)=-2x^2+9$

Aufgabe 2:

Gib zu folgenden Termen die Nullstellen an.

a) $2x^2+3x-4=0$ b) $-x^2+2x=5$ c) $x^2-0{,}25=2+0{,}75$

d) $-6x+x^2=40$ e) $-x+2+x^2=0$

Aufgabe 3:

Vervollständige oder korrigiere die Rechnungen von Leo.

a) $x^2=4 \quad |\sqrt{(4)}$

$x=2$

b) $x+3=x^2 \quad |\bullet x$

$3=x^3 \quad |\sqrt[3]{(3)}$

$1{,}44=x$

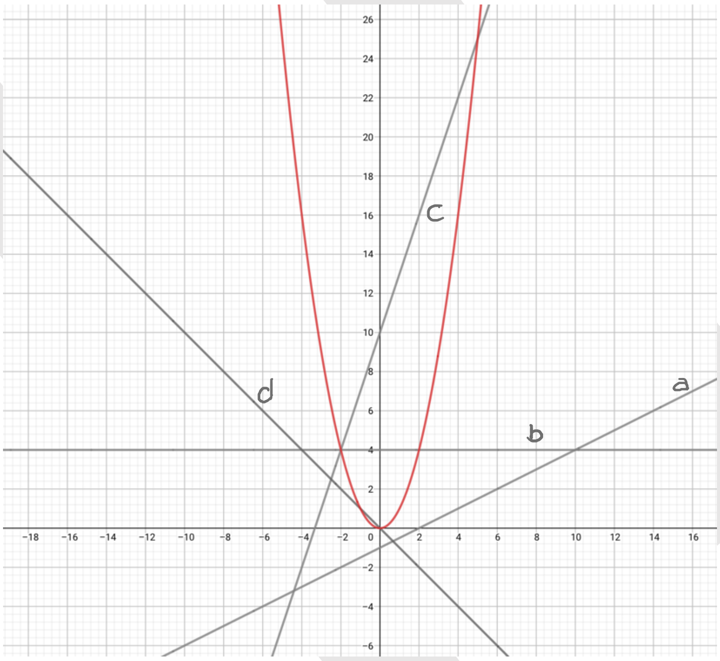
c) $-5x^2-5x-3=0 \quad |:(-5)$

$x_1=0{,}09;\ x_2=-1{,}09$

Aufgabe 4:

Ordne die Diagramme dem passenden Term zu und begründe anschließend deine Wahl.

T1 $3x+10=x^2$
T2 $x^2= 2x$
T3 $x^2= x$
T4 $-x=x^2$
T5 $1{,}5x-1=x^2$
T6 $x^2=0x+4$
T7 $0{,}5x-1= x^2$
T8 $x^2=0{,}75x-1$



Aufgabe 5:

Die kleine Lisa liebt es, von der Schaukel zu springen. Diese Flugkurve kann mit der Funktion **$f(x)=-0{,}52x^2+0{,}5x+0{,}75$** bestimmt werden, wobei +0,75 dem Abstand in Meter zum Boden entsprechen.

a) Beurteile, wann Lisa auf dem Boden aufkommt. (AW-Satz)

b) Bestimme, wie weit sie springen kann, wenn ihre Lieblingsschaukel auf der Höhe von 1m hängt. (AW-Satz)

Aufgabe 6:

Familie Zwerg möchte sich Kaninchen zulegen. Nach einiger Recherche findet die Mutter heraus, dass Kaninchen sehr gute Springer sind und eine maximale Weite von 50cm umd eine maximale Höhe von 0,9m erreichen kann.

a) Stelle eine passende Formel auf, die den Sprung beschreibt und gib deinen Lösungsweg schrittweise an.

b) In einer Tierhandlung findet die Familie ein Häusschen mit der Maße 30x40x30. Kann das Kaninchen dieses Haus überspringen? Stelle Vermutungen an und begründe diese anschließend.

☺VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK!☺

Klassenarbeit zu Quadratischen Gleichungen
von Melina Seyfert

LÖSUNGEN:

a) $f(x) = 3x^2 + 1$

$f(1) = 3 \cdot 1^2 + 1 = 4$

$f(2) = 3 \cdot 2^2 + 1 = 13$

x	-2	-1	0	1	2
y	13	4	1	4	13

b) $g(x) = x^2 - 0{,}5x - 3$

x	-2	-1	0	0,25	0,5	1	2
y	2	1,5	-3	-3,06	-3	-2,5	0

$g(-1) = (-1)^2 - 0{,}5 \cdot (-1) - 3 = -1{,}5$

$g(1) = 1^2 - 0{,}5 \cdot 1 - 3 = -2{,}5$

$g(2) = 2^2 - 0{,}5 \cdot 2 - 3 = 0$

$g(0{,}5) = 0{,}5^2 - 0{,}5 \cdot 0{,}5 - 3 =$

$g(0{,}25) = 0{,}25^2 - 0{,}5 \cdot 0{,}25 - 3 = -3{,}06$

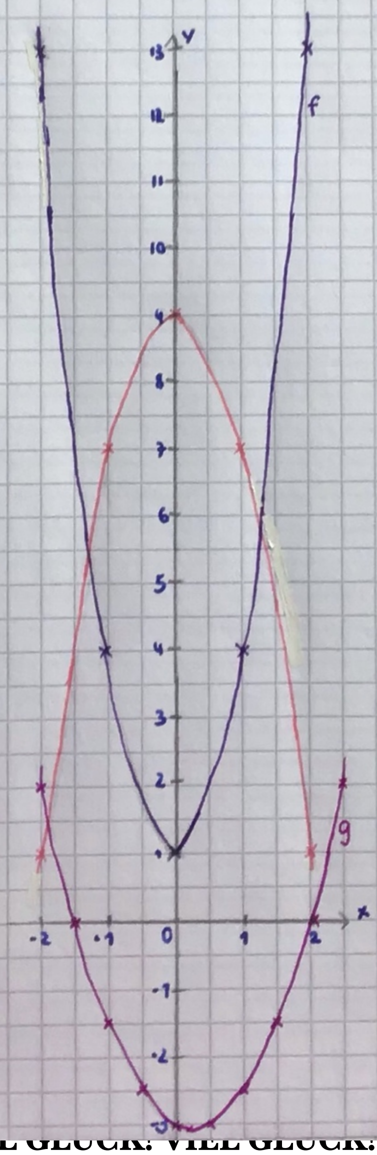
$g(-2) = (-2)^2 - 0{,}5 \cdot (-2) - 3 =$

c) $k(x) = -2x^2 + 9$

$k(1) = -2 \cdot 1^2 + 9 = 7$

$k(2) = -2 \cdot 2^2 + 9 = 1$

x	-2	-1	0	1	2
y	1	7	9	7	1



Klassenarbeit zu Quadratischen Gleichungen
von Melina Seyfert

2 Aufgabe 3:

a) $2x^2 + 3x - 4 = 0 \quad | :2$

$x^2 + 1{,}5x - 2 = 0$

$p = 1{,}5 \quad q = -2$

$x_{1/2} = -\frac{1{,}5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1{,}5}{2}\right)^2 - (-2)}$

$= -0{,}75 \pm \sqrt{-1{,}44}$

$\mathbb{L} = \{\}$

b) $-x^2 + 2x = 5 \quad | -5;\ :(-1)$

$x^2 - 2x - 5 = 0$

$p = -2 \quad q = -5$

$x_{1/2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - (-5)}$

$= 1 \pm \sqrt{4}$

$x_1 = 1 + 2 = 3$

$x_2 = 1 - 2 = -1$

$\mathbb{L} = \{-1; 3\}$

c) $x^2 - 0{,}25x = 2 + 0{,}75x \quad | -0{,}75x$

$x^2 - 1x = 2 \quad | -2$

$x^2 - 1x - 2 = 0$

$p = -1 \quad q = -2$

$x_{1/2} = -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - (-2)}$

$= 0{,}5 \pm \sqrt{2{,}25}$

$x_1 = 0{,}5 + 1{,}5 = 2$

$x_2 = 0{,}5 - 1{,}5 = -1$

$\mathbb{L} = \{-1; 2\}$

d) $-6x + x^2 = 40 \quad | -40$

$-6x + x^2 - 40 = 0$

$p = -6 \quad q = -40$

$x_{1/2} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - (-40)}$

$= 3 \pm \sqrt{49}$

$x_1 = 3 + 7 = 10$

$x_2 = 3 - 7 = -4$

$\mathbb{L} = \{-4; 10\}$

e) $-x + 2 + x^2 = 0$

$p = -1 \quad q = 2$

$x_{1/2} = -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 2}$

$= 0{,}5 \pm \sqrt{-1{,}75}$

$\mathbb{L} = \{\}$

3 a) $x^2 = 4 \quad | \sqrt{\ }$

$x_1 = 2$

$x_2 = -2$

$\mathbb{L} = \{-2; 2\}$

b) $x + 3 = x^2 \quad | -x; -3$

$0 = x^2 - x - 3$

$p = -1 \quad q = -3$

$x_{1/2} = -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - (-3)}$

$= 0{,}5 \pm \sqrt{3{,}25}$

$x_1 = 0{,}5 + 1{,}80 = 2{,}30$

$x_2 = 0{,}5 - 1{,}80 = -1{,}30$

$\mathbb{L} = \{-1{,}30; 2{,}30\}$

c) $-5x^2 - 5x - 3 = 0 \quad | :(-5)$

$x^2 + 1x + 0{,}6 = 0$

$p = 1 \quad q = 0{,}6$

$x_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 0{,}6}$

$= -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}35}$

$x_1 = -0{,}5 + 0{,}59 = 0{,}09$

$x_2 = -0{,}5 - 0{,}59 = -1{,}09$

$\mathbb{L} = \{-1{,}09; 0{,}09\}$

☺VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK!☺

Klassenarbeit zu Quadratischen Gleichungen
von Melina Seyfert

Aufgabe 4

T1 + c : Da c die y-Achse bei +10 schneidet und eine Steigung von $\frac{3}{4}$ hat, gehören diese Gleichung und der Graph c zusammen

T4 + d : Die Gerade d verläuft durch den Ursprung, ist negativ und hat eine Steigung von $\frac{1}{4}$. Somit alles was in dem Term 4 gegeben ist.

T6 + b : Die Gerade b hat keine Steigung bzw eine von 0. Da T6 der einzige Term ist, der eine solche Gerade beschreibt, gehören sie zusammen.

T7 + a : Diese Gerade a schneidet die y-Achse bei -1 und hat eine Steigung von $\frac{1}{2}$ bzw umgerechnet 0,5. T7 beschreibt somit diese Gerade perfekt.

Aufgabe 5:

a)
$0 = -0{,}52x^2 + 0{,}5x + 0{,}75 \quad |:(-0{,}52)$

$= x^2 - 0{,}96x - 1{,}44$

$p = -0{,}96 \quad q = -1{,}44$

$x_{1/2} = -\frac{-0{,}96}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0{,}96}{2}\right)^2 - (-1{,}44)}$

$= 0{,}48 \pm \sqrt{1{,}67}$

$x_1 = 0{,}48 + 1{,}29 = 1{,}77$

$x_2 = 0{,}48 - 1{,}29 = -0{,}81$

$\mathbb{L} = \{-0{,}81; 1{,}77\}$

A: Lisa kann von ihrer Schaukel aus 1,77 m weit springen.

b)
$0 = -0{,}52x^2 + 0{,}5x + 1 \quad |:(-0{,}52)$

$= x^2 - 0{,}96x - 1{,}92$

$p = -0{,}96 \quad q = -1{,}92$

$x_{1/2} = -\frac{-0{,}96}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-0{,}96}{2}\right)^2 - (-1{,}92)}$

$= 0{,}48 \pm \sqrt{2{,}4}$

$x_1 = 0{,}48 + 1{,}55 = 2{,}03$

$x_2 = 0{,}48 - 1{,}55 = -1{,}07$

$\mathbb{L} = \{-1{,}07; 2{,}03\}$

A: Wenn die Schaukel auf 1 m hängt, kann Lisa 2,03 m weit springen.

Aufgabe 6:

a)

Scheitelpunktsform: $a \cdot (x-d)^2 + e$ $\quad S(\underset{\text{1/2 von 50}}{25} | \underset{\text{max Höhe}}{90})$

$f(x) = a \cdot (50-25)^2 + 90$ 1. einsetzen des Scheitelpunkts + x-Wert einer 0-Stelle

$= a \cdot 25^2 + 90$ 2. vereinfachen

$= 625a + 90 \quad |-90$ 3. quadrieren

$-90 = 625a \quad |:625$ 4. 90 auf andere Seite

$-0{,}144 = a$ 5. Durch 625 auf beiden Seiten

gesuchte Funktion f : $f(x) = -0{,}144 \cdot (x-25)^2 + 90$ 50 × 625

$(= -0{,}144x^2 + 7{,}2x)$

Klassenarbeit zu Quadratischen Gleichungen
von Melina Seyfert

b) Wenn das Kaninchen seine max. Höhe und Weite erreicht, dann ist es sehr wahrscheinlich, dass es das Häuschen überspringt, da es sehr schnell an Höhe gewinnt. Da ein Kaninchen jedoch nicht immer so hoch springt, wie es kann, sondern vermutlich nur so hoch springt, wie es muss, ist es in der Theorie zwar möglich, aber das Kaninchen sieht darin vermutlich keinen Sinn und springt dementsprechend nur 30 cm hoch anstatt 90.

Punkte	Erreichte Punkte	Mögliche Punkte
Aufgabe 1		16,5
Aufgabe 2		20
Aufgabe 3		8
Aufgabe 4		12
Aufgabe 5		11
Aufgabe 6		17
Allgemeine Darstellung		3,5
Mathematische Darstellung		5
Gesamt		93

Notentabelle:															
1+	1	1-	2+	2	2-	3+	3	3-	4+	4	4-	5+	5	5-	6
93	92-91	90-89	88-84	83-78	77-73	72-67	66-61	60-55	54-49	48-43	42-37	36-31	30-25	24-19	18-0

☺**VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK! VIEL GLÜCK!**☺

Klassenarbeit zu Quadratischen Gleichungen
von Melina Seyfert

<u>BEGRÜNDUNG:</u>

Die erste Aufgabe ist ziemlich simpel und eine Wiederholung aus dem ersten Halbjahr. Das Einsetzen von beliebigen x-Werten in vorgegebene Terme erfordet jediglich etwas logisches Verstehen, zumal man weniger rechnen muss, da die Punkte auf beiden Seiten des Scheitelpunkts identisch sind und nur 5 Punkte notwendig sind, um den Graphen zu zeichnen. Da es jedoch ein sehr detailiiertes und schrittweises Vorgehen ist, gibt es je Teilaufgabe für die Rechnungen der Punkte, die nicht x=0 sind jeweils einen halben Punkt, maximal je 2 Punkte sind möglich. Für eine angemessene Wertetabelle gibt es dann noch einen weiteren Punkt und wenn die Punkte aus der Tabelle noch richtig im Koordinatensystem eingezeichnet und verbunden sind gibt es noch einen zwei Punkte oben drauf. Somit gibt es insgesamt 16,5 Punkte zu erreichen. Dies ist zwar ziemlich viel, jedoch nimmt diese Aufgabe aufgrund des Zeichnens viel Zeit in Anspruch.

Die zweite Aufgabe beinhaltet klassische Rechnungen der PQ-Formel. Dabei muss man bei der Lösungsmenge aufpassen, da diese variiert. Generell ist diese Aufgabe noch nicht so schwer, da es ausschließlich um die PQ-Formel geht. Natürlich bilden eingebaute Minusse kleine Stolpersteine. Was die Punkte anbetrifft, gibt es je Aufgabe für die Umformung, das richtige Hinschreiben von p und q, die richtige Rechnung der PQ-Formel und die richtigen Lösungen je einen Punkt. Also kann man pro Teilaufgabe 4 Punkte erlangen, insgesamt somit 20 Punkte für die ganze Aufgabe. Ähnlich wie bei der ersten Aufgabe nimmt diese Aufgabe aufgrund der Menge relativ viel Zeit ein.

Die dritte Aufgabe ist ein Mix aus PQ-Formel und Wurzel ziehen.Sie beinhaltet in Aufgabe a noch ein Vorgehen für einfache qudratische Gleichungen. Anschließend folgen zwei Rechnungen zu PQ-Formeln. Bei diesen kommt dann zum ersten Mal der Taschenrechner richtig zum Einsatz, da es keine Standartwurzeln sind. Neben dem Rechenweg, welcher nach der zweiten Aufgabe kein Problem mehr sein sollte, besteht die Schwierigkeit darin, den Fehler erstmal zu erkennen. Auf diese Weise kann man beweisen, ob man die Rechenwege verstanden hat oder eben nicht. Da Aufgabe a weniger zu rechnen ist bzw. einen kürzeren Rechenweg hat gibt es dafür nur zwei Punkte anstatt drei.

Aufgabe Nummer vier ist eine Zuordnungsaufgabe zwischen Term und Garph. Die eigentliche Zuordnung ist ziemlich einfach, sofern man mit den Funktionen vertraut ist. Unter dieser Vorraussetzung ist es auch nicht schwierig die Wahl zu begründen, aber es stellt das Wissen des Schülers unter Beweis. Was die Punkteverteilung angeht, gibt es für jede richtige Zuordnung einen Punkt und pro richtige und nachvollziehbare Begründung gibt es zwei Punkte. Dementsprechend können hier maximal 12 Punkte erreicht werden.

Nummer fünf ist die erste Anwendungsaufgabe in meiner Arbeit, was automatisch ein Argument ist, diese ans Ende der Arbeit zu verschieben. Sie verlangt eigentlich nicht viel, außer einen sicheren Umgang mit der PQ-Formel. Es ist eine relativ einfache Textaufgabe, die ich als Art Eingewöhnung gewählt hab.Die einzige Schwierigkeit bietet das austauschen der 0,75 in die 1 aufgrund der Höhenänderung. Diese Erkenntnis führt dazu, dass es für die b)-Aufgabe einen Punkt mehr gibt als noch bei Aufgabe a, nämlich 6.

Die letzte Anwendungsaufgabe ist die letzte Aufgabe und dementsprchend auch die schwerste Aufgabe. Sie vereint in Teilaufgabe a) Wissen aus dem 1. Halbjahr ab, die Scheitelpunktsformel. Sie muss jedoch nach a aufgelöst werden, was wir zuvor noch nicht mit dieser Formel gemacht haben. Da das Vorgehen dokumentiert werden soll, erhält man alleine für a) 12 Punkte. Die Teilaufgabe b ist essenziell um in dieser Arbeit eine 1 zu schreiben (s. Notentabelle unter den Lösungen). Sie fordet vollstes Verständnis des Themas sowie eine gewisse Vorstellungskraft. Es ist etwas schwierig, diese Aufgabe zu bewerten, allerdings kommt es hier auf die Argumentation an, da nach den angegebenen Maßen in der Aufgabe es das Kaninchen locker schafft, jedoch muss beispielsweise beachtet werden, dass sich der Graph nach oben hin verschmälert. Sofern es nachvollziehbar ist und mathematisch Sinn macht, kann man hier bis zu 5 Punkte erlangen.