Do it yourself – Mathearbeit

Von Eva und Amy

Inhaltsverzeichnis

Mathearbeit Nr.3
Quadratische Gleichungen

Mathematik Klasse 9

Name: ____________________ Klasse: _______ Datum: __________

Hinweis: Die Aufgaben sollen alle im Heft bearbeitet werden. Zu jeder Textaufgabe gehört ein Antwortsatz. Ein Rechenweg ist bei allen Rechnungen anzugeben – nicht nur das Ergebnis. Brüche müssen ausgekürzt werden und die Dezimalzahlen auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet werden.

Aufgabe 1:
Löse die quadratische Ergänzung vollständig.

a) x^2-4x+3=0
b) x^2-6x+9=0
c) -2x^2+2x-0,5=0
d) 2x^2+x=3x+1,5

Aufgabe 2:
I. Konstruiere ein Koordinatensystem mit den passenden Maßen.
II. Zeichne eine Normalparabel und die Geraden zu den gegeben Funktionen ein.
III. Ermittle die Schnittpunkte der Geraden mit der Normalparabel.
IIII. Führe eine Probe durch. (Die Probe mit einer Lösung reicht aus.)

a) x^2+2x-3= 0
b) x^2+3x= 0
c) x^2-5x+10=4

Aufgabe 3:
Löse die Gleichung mithilfe der p/q-Formel.

a) $x^2-10=-3x$
b) $2x^2-x-4=20+x$
c) $2 x^2+4=x+2+ x^2$
d) $8x^2-160x=-64x-280$
e) $x^2=3$

Aufgabe 4:
Textaufgabe:
Die Flugkurve eines Balles wird durch $-0{,}025x^2 + 0{,}65x + 1{,}4$ Metern über den Erdboden beschrieben. Der Werfer steht auf der Position $x=0$. Wie hoch und wie weit wurde der Ball geworfen? Gib einen Antwortsatz an. Gib alle Lösungen auf cm genau an.

Aufgabe 5:
Textaufgabe:
Bei der Weltmeisterschaft 1991 in Tokio übertraf Mike Powell (USA) im Weitsprung den bis dato aktuellen Weltrekord von 8,90 m um 5 cm. Analysen ergaben, dass sich die Flugbahn seines Körperschwerpunkts bei diesem Sprung näherungsweise durch die Funktion $f: y = -0{,}05x^2+0{,}3x+1{,}35$ beschreiben lässt, wobei x die horizontale Entfernung vom Absprungpunkt und y die Höhe des Körperschwerpunkts über dem Boden darstellt (beides in m gemessen).

a) Ermittle mithilfe des Graphen, bei welcher horizontalen Entfernung vom Absprungpunkt sich der Körperschwerpunkt in einer Höhe von 1,00 m über dem Boden befand.

b) Wäre beim Weltrekordsprung ein PKW (Länge 2,5m; Breite 1,51m; Höhe 1,52) übersprungen worden? Erläutere deine Überlegung in einem Antwortsatz.

Bewertungsbogen

Aufgabe	Erreichte Punkte	Mögliche Punkte zu erreichen
Aufgabe 1	P.	8 P.
Aufgabe 2	P.	18 P.
Aufgabe 3	P.	12 P.
Aufgabe 4	P.	10 P.
Aufgabe 5	P.	10 P.
Mathematische Darstellung	P.	3 P.
Allgemeine Darstellung	P.	2 P.

Gesamtpunkte	P.	63 P.

Note:	1	1-	2+	2	2-	3+	3	3-	4+	4	4-	5+	5	5-	6+	6
Punkte:	63-60	59-56	55-52	51-48	47-44	43-40	39-36	35-32	31-28	27-24	23-20	19-16	15-12	11-8	7-4	3-0

Bemerkung:

Note:

Unterschrift der Lehrkraft: ______________________________

Unterschrift der Erziehungsberechtigten: ________________________

Datum:___________

Lösungen

Lösungen zu Aufgabe 1:

a)

$-2x^2+2x-0{,}5= 0$

$-2*(x^2+2x)-0{,}5= 0$

$2*(x^2+2x+1-1)-0{,}5= 0$

$-2*(x+1)^2-2*(-1)-0{,}5= 0$

$-2*(x+1)^2*1{,}5= 0 \quad |-1{,}5$

$-2*(x+1)^2= -1{,}5 \quad |:(-2)$

$x+1= 0{,}75 \quad |\sqrt{}$

$x_1= 1+0{,}87 \qquad x_2= 1-0{,}87$

$= 1{,}87 \qquad = 0{,}13$

b)

$x^2-4x+3= 0$

$x^2-4x+4-4+3= 0$

$(x-2)^2-4+3= 0$

$(x-2)^2-10= 0 \quad |+10$

$(x-2)^2= 1 \quad |\sqrt{}$

$x-2=\sqrt{1}$

$x_1= -2+1 \qquad x_2= -2-1$

$= -1 \qquad = -3$

c)

$x^2-6x+9= 0$

$x^2-6x+9-9= 0$

$(x-3)^2+0= 0 \quad |\sqrt{}$

$x+3=\sqrt{0}$

$x_1 = -3+0 \qquad x_2 = -3-0$

$\quad = -3 \qquad\qquad = -3$

d)

$$2x^2+x=3x+1{,}5 \qquad |-3x-1{,}5$$
$$2x^2-2x-1{,}5=0$$
$$2\cdot(x^2-2x)-1{,}5=0$$
$$2\cdot(x^2-2x+1-1)-1{,}5=0$$
$$2\cdot(x+1)^2+2\cdot(-1)-1{,}5=0$$
$$2\cdot(x+1)^2-3{,}5=0 \qquad |+3{,}5$$
$$2\cdot(x+1)^2=3{,}5 \qquad |:2$$
$$x+1=\sqrt{1{,}75} \qquad |\sqrt{}$$

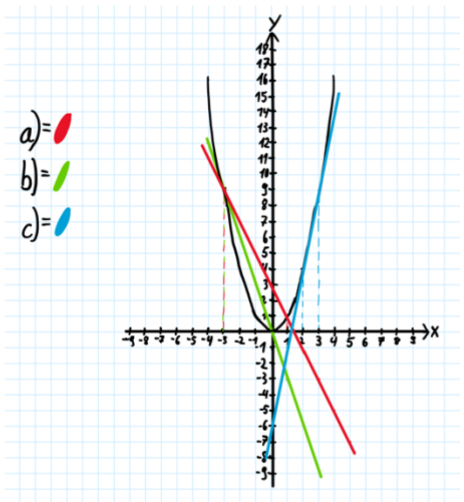
$x_1 = 1+1{,}32 \qquad x_2=1-1{,}32$

$\quad = 2{,}32 \qquad\qquad =-0{,}32$

Lösungen zu Aufgabe 2:

I.+II.

Koordinatensystem:



III.+IIII.

a)

$x^2+2x-3= 0 \quad |-2x+3$

$x^2=-2x+3$

$x1= 1$

$x2= 0$

Probe:

$1^2+2*1-3= 0$

$1+2-3= 0$

$0= 0$

$1^2=-2*1+3$

$1=-2+3$

$1= 1$

b)

$x^2+3x= 0 \quad |-3x$

$x^2=-3x$

$x1= 0$

$x2=-3$

Probe:

$(-3)^2+3*(-3)= 0$

$9-9= 0$

$0= 0$

$9=-3*(-3)$

9= 9

c)

x^2-5x+10= 4 |+5x-10
x^2=4+5x-10
x^2=5x+4-10
x^2=5x-6

x1= 2
x2= 3

Probe:

2^-5*2+10= 4
4-10+10= 4
-6+10= 4
4= 4

2^=5*2-6
4=10-6
4= 4

Lösungen zu Aufgabe 3:

a)

x^2-10=-3x   l+3x
x^2-10+3x= 0

p= 3   q= -10

x ½ = -3/2± $\sqrt{(3/2)^2-(-10)}$

$= -1,5 \pm \sqrt{(1,5)^2+10}$

$= -1,5 \pm \sqrt{2,25+10}$

$= -1,5 \pm \sqrt{12,25}$

$x1 = -1,5+3,5$ $\quad$ $x2 = -1,5-3,5$

$= 2$ $\quad$ $= -5$

b)

$2x^2-x-4=20+x \quad |-20-x$

$2x^2-2x-24= 0$

$p= -2 \quad q= -24$

$x\,½ = 2/2 +- \sqrt{(2/2)^2-(-24)}$

$=1+-\sqrt{1+24}$

$=1+-\sqrt{25}$

$x1= 1+5$ $\quad$ $x2= 1-5$

$= 6$ $\quad$ $= -4$

c)

$2\,x^2+4=x+2+\,x^2 \quad |-x-2-x^2$

$x^2+2-x= 0$

$p= -1 \quad q= 2$

$x\,½ = 1/2 +- \sqrt{1/2^2-2}$

$=0,5+-\sqrt{0,25-2}$

$=0,5+-\sqrt{1,75}$

$x1= 0,5+1,32$ $\quad$ $x2= 0,5-1,32$

$= 1,82$ $\quad$ $= -0,82$

d)

$8x^2-160x= -64x-280 \quad |+64x+280$

$8x-96x+280= 0$

$p=-96 \qquad q=280$

$x_{1/2} = 96/2 \pm \sqrt{(96/2)^2-280}$

$= 48+\sqrt{2304-280}$

$= 48+\sqrt{2024}$

$x_1= 48+44{,}99 \qquad x_2= 48-44{,}99$

$= 92{,}99 \qquad = 3{,}01$

e)

$x^2= 3 \quad |-3$

$x^2-3= 0$

$p=0 \quad q= -3$

$x_{1/2} = 0\pm\sqrt{0-(-3)}$

$0+\sqrt{3}$

$x_1= 0+1{,}73 \qquad x_2= 0-1{,}73$

$= 1{,}73 \qquad = -1{,}73$

Lösungen zu Aufgabe 4:

R. (Weite): $-0,025x^2+0,65x+1,4= 0$ I:(-0,025)
$x^2-26x-56=0$

p=-26 q=-56

$x_{1/2} = 26/2 \pm \sqrt{(26/2)^2+56}$
$= 13 \pm \sqrt{169+56}$
$= 13 \pm \sqrt{225}$

$x_1= 13+ \sqrt{225}$ $x_2= 13- \sqrt{225}$
$= 28$ $= -2$

A: Der Ball wurde 28m weit geworfen.

R. (Höhe): $-0,025*13^2+0,65*13*1,4= 0$
$-4,224+8,45+1,4= 0$
$5,625= 0$

A: Der Ball war an seiner höchsten Stelle 5,625 Meter hoch.

Lösungen zu Aufgabe 5:

a)

R.: $1= -0,05*1+0,3*1+1,35= 0$ l-1
$-0,05*1+0,3*1+1,35-1= 0$
$-0,05+0,3+1,35-1= 0$
$0,25+0,35= 0$
$0,6= 0$

A: Der Körper war in einer Höhe von 60cm.

b)

R.: Länge: 2,50m Höhe: 1,52m

8,90m:2=4,45m

-0,05x^2+0,3x+1,35= 0
-0,05*4,45^2+0,3*4,45+1,35= 0
-0,990125+1,335+1,35= 0
1,694875= 0

A: Das Auto wäre übersprungen worden, da der Springer auf der Hälfte der Strecke in einer Höhe von ca. 1,7m war. Trotz Abflachen der Flugkurve, hätte der Sportler es geschafft.

Begründung von Amy

Aufgabe 1:
Unsere erste Aufgabe haben wir ganz am Anfang gestellt, da wir wollten, dass sich die Schüler erst mit einer ähnlichen Aufgabe befassen, zu welcher sie schon eine Klassenarbeit schrieben. Es soll so eine art Wiederholungsaufgabe zum einsteigen sein. Sie ist ähnlich zu der ersten quadratischen Ergänzung die wir kennengelernt haben, doch nicht gleich, denn wir haben unser Wissen stets erweitert. Somit muss das Ende natürlich anders sein, so wie wir es neu gelernt haben. Denn die Aufgabe soll ja auch nicht zu leicht sein, sonst wäre sie zum Vergleich zur letzten Arbeit zu ähnlich. Wir haben extra nur vier Aufgaben gemacht, da diese Aufgabe schon sehr zeitaufwendig ist. Außerdem sind die Teilaufgaben von a) bis d) schwierigkeits aufsteigend, damit man sich gut an sie ran tasten kann. Am Ende steht die Teilaufgabe d) extra nicht mit = 0, da die Schüler nun erst umformen müssen und so noch einmal rausgefiltert wird wer dies auch beherrscht.

Aufgabe 2:
In der zweiten Aufgabe wollten wir, dass die Schüler zur Abwechslung mal was zeichnen. Hierbei sollt ihr wissen über die quadratische Gleichung ohne GTR bewiesen werden. Dazu sollten sie zeigen, dass sie auch die Probe durchführen können. Somit überprüfen sie ihr Ergebnis auch gleich und wissen ob sie dieses noch mal nachrechnen sollten. Die Teilaufgaben a) bis c) sind der Schwierigkeit aufstockend. Wobei a) und b) etwas Verwirrung stiften soll, da sie auf den ersten Blick sich sehr ähneln. Unaufmerksame Schüler werden womöglich darüber stolpern. Da hier auch noch das Koordinatensystem richtig gezeichnet werden muss, gibt es bei dieser Aufgabe die meisten Punkte. Dies wurde zu unserer zweiten Aufgabe, da sie zur langen Rechnerei davor einen Kontrast bringen soll und die Arbeit etwas auflockern soll.

Aufgabe 3:
An dritter Stelle ist eine Anwendungsaufgabe zur p/q-Formel. Hierbei sollen die Schüler einfach genau das anwenden wie sie es gelernt haben. Als drittes stellten wir dies, da man die p/q-Formel ja auch richtig anwenden muss. Man muss sie erstmal auswendig können und dann auch noch nicht in die ,,Fallen“ tappen. Wie bei b) bis e), da darf man nicht vergessen, dass sich das Minus auflöst und zu Plus wird. Diese Aufgabe mit der p/q-Formel passt sehr gut in die Mitte, da sie super in die Textaufgaben vier und fünf einleitet, da es sich da auch um die p/q-Formel dreht.

Aufgabe 4:
Die erste Textaufgabe dreht sich um genau diese ,,Ball wird geworfen“-Aufgaben welche wir oft als Übung hatten. Somit gehen wir davon aus, dass hier jeder Schüler schon mal eine Idee von der Vorgehensweise hat. Jetzt wird das Verständnis gefragt, ob der Schüler versteht, dass er die p/q-Formel anwenden soll. Wir entschieden uns Aufgabe vier vor fünf zu schreiben, weil hier die p/q-Formel angewendet werden soll, welche schon von Aufgabe drei angeschnitten wurde und somit eine super Vorlage bildet.

Aufgabe 5:
Textaufgabe fünf ist eine Sportaufgabe und somit gut vorstellbar, doch das mit dem Körperschwerpunkt wird einigen zu schaffen machen. Doch genau das definiert die letzte Aufgabe, sie soll schwer und zum knobeln sein. Vor allem die zweite Teilaufgabe hat es in sich, welche für die Über-den-Tellerrand-Hinaus-Denker ist, trotz allem nahmen wir gut vorstellbare Gegenstände, wie ein normal großes Auto. Aufgabe fünf kam ganz ans Ende, da sie echt am anspruchsvollsten ist und somit die eher leistungsschwache Schüler nicht aufhalten soll die leichteren Aufgaben zu lösen. Sie sollten somit keine Punkte und Zeit verlieren.

Begründung von Eva

Aufgabe 1:
Wir haben uns für eine Wiederholungsaufgabe entschieden, in der man eine quadratische Funktion vollständig ausrechnen soll. Zum Ende der Rechnung müssen die Schüler dann etwas Neues anwenden. Man muss nämlich die Wurzel ziehen. Es ist ein eher einfacherer Einstieg, um die Schüler nicht gleich am Anfang zu entmutigen. Doch auch hier zeigt sich schon, ob der Umgang mit quadratischen Funktionen sicher sitzt.

Aufgabe 2:
In dieser Aufgabe muss man die Schnittpunkte der Normalparabel und einer Geraden teils zeichnerisch, teils graphisch bestimmen. Das Koordinatensystem zu zeichnen bringt erstmal Sicherheit und Vertrauen in das eigene Können der Schüler, da dies eine sehr bekannte Aufgabenstellung ist. Außerdem kann man bereits hier beweisen, ob man den Umgang mit quadratischen Funktionen gewohnt ist und diesen beherrscht. Dazu kommt, dass diese Aufgabe viele, relativ leicht zu bekommene Punkte gibt.

Aufgabe 3:
Die dritte Aufgabe behandelt das Thema der neu erlernten p/q-Formel. Man erreicht volle Punktzahl, wenn man den Rechenweg richtig angegeben hat und am Ende auf zwei verschiedene Lösungen (Auf unsere Aufgaben bezogen. Ich weiß, dass es auch nur ein oder kein Ergebnis geben kann.) kommt. Dieses Thema haben wir als dritte Aufgabe festgelegt, da in den beiden nachfolgenden Textaufgaben auch die pq-Formel angewandt werden muss.

Aufgabe 4:

Dies ist nun die erste Textaufgabe dieser Arbeit. Die Aufgabenstellung besagt, dass man die Flugkurve eines Balls näher berechnen soll. Wir haben diese Aufgabe vor die andere Textaufgabe gesetzt, da sie unserer Ansicht nach einfacher ist und wir ähnliche Aufgaben auch schonmal im Unterricht besprochen haben.

Aufgabe 5:
Die letzte und somit auch anspruchsvollste Aufgabe dieser Klassenarbeit, ist eine Textaufgabe, in welcher zwei Teilaufgaben zu dem Weitsprungrekord gestellt werden. Zuerst soll man mithilfe der angegebenen Funktion die Höhe des Körpers nach einem Meter bestimmen. Anschließend gibt es eine kleine Knobelaufgabe, bei der man herausfinden soll, ob ein Kleinwagen übersprungen worden wäre. Hier muss man etwas um die Ecke denken, weswegen das auch die letzte Aufgabe ist. So haben die Schüler am Ende noch Zeit sich über diese etwas anspruchsvollere Aufgabe den Kopf zu zerbrechen.

Die Quellen

Aufgabe 1

https://www.mathebibel.de/quadratische-gleichungen-grafisch-loesen

Aufgabe 2

https://www.mathebibel.de/quadratische-gleichungen-grafisch-loesen

Aufgabe 3

https://freie-referate.de/mathematik/pq-formel

und

Bettermarks-> Lösen quadratischer Gleichungen->1 Einfache quadratische Gleichungen-> Einfache quadratische Gleichungen lösen-> Aufgabe 6,7,8 von 8

Aufgabe 4

https://www.ccbuchner.de/_files_media/mediathek/downloads/1917.pdf

Aufgabe 5

https://www.ccbuchner.de/_files_media/mediathek/downloads/1917.pdf

Die gesamten Lösungen:

Alle selbst ausgerechnet.
(Lösungen die gegeben waren, waren zu undeutlich, unverständlich formuliert oder nicht so wie wir es im Unterricht durchgenommen haben. Somit haben wir sie alle selbst ausgerechnet.)